

弗兰克-赫兹实验

李嘉轩

北京大学物理学院天文学系, 100871

jiaxuan.li@pku.edu.cn

2017年11月30日

1 汞管的弗兰克-赫兹实验

1.1 实验情况

弗兰克-赫兹实验是近代物理学发展历程中起到关键作用的实验之一, 它直接验证了N.Bohr关于原子分立能级的理论。本实验中使用的仪器有:

- LEYBOLD弗兰克-赫兹实验仪(包括填充有Hg的弗兰克-赫兹管);
- FLUKE 15B型数字万用表。

为了测量Hg原子第一激发电位, 弗兰克-赫兹管内汞蒸气的密度需要达到一定的值, 所以需要将管加热到180°C左右。仪器设定的弗兰克-赫兹管温度为 $\theta_s = 177^\circ\text{C}$ 。实验时通过插在加热炉中的温度传感器测得真实温度为 $\theta = 176^\circ\text{C}$, 加在第一栅极与阴极间的电压 $U_{g_1K} = 1.55\text{ V}$, 反向减速电压 $U_{g_2P} = 2.07\text{ V}$ 。

1.2 实验数据与处理

在此实验条件下, 调节加速电压 U_{Kg_2} , 粗略各峰与谷的位置, 而后根据粗略的结果进行细测, 一共得到118组数据, 见表格3(数据表格在本文最后)。实验时, U_{Kg_2} 从弗兰克-赫兹实验仪的数字显示屏上读出, 而微电流经过微电流放大器放大后使用数组万用表的电压档进行测量。

将实验数据以 U_{Kg_2} 为横轴, U_{out} 为纵轴作图, 可得图1。图中的黑色实心点是实测数据, 用平滑曲线

表 1: Hg的弗兰克-赫兹实验曲线中各个峰的位置

i	1	2	3	4	5	6
U_{Kg_2} (V)	4.60	9.35	14.13	19.05	23.97	29.27

连接各个数据点, 即为图中虚线。将每个峰附近的点用一个抛物线进行拟合, 并且求出拟合后抛物线

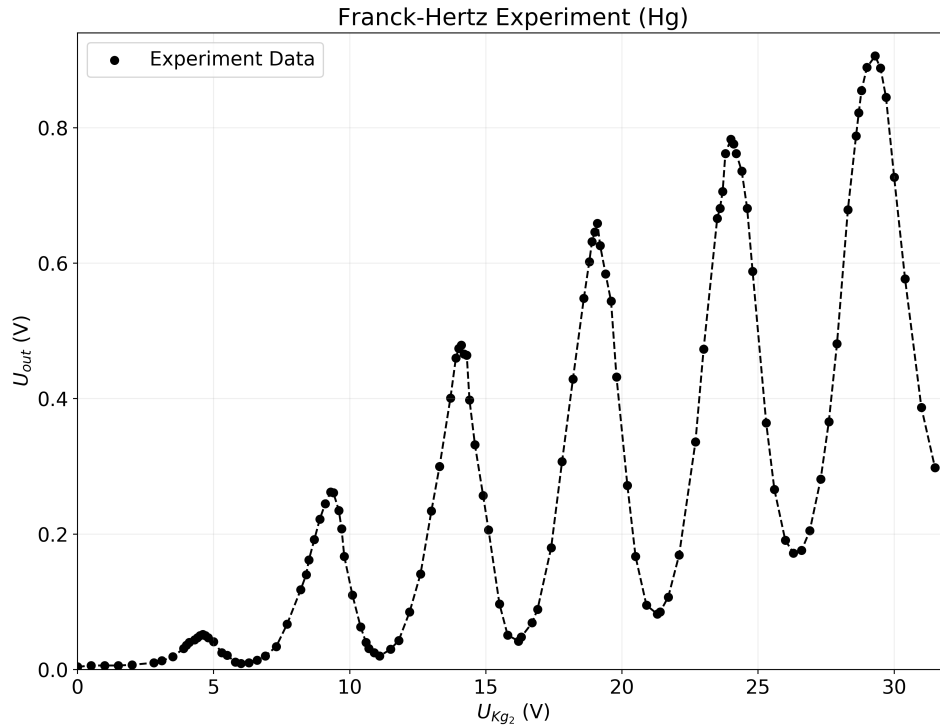


图 1: 测量Hg第一激发态的弗兰克-赫兹曲线

峰的位置，即可定出原曲线峰的位置，数据见表格1。

利用表格1中的数据，可以使用最小二乘法来计算我们需要的Hg原子第一激发态的能量。以峰的序号*i*为横轴，以相应的 U_{Kg_2} 为纵轴做最小二乘法，其斜率 a_1 就是相邻两个峰对应的 U_{Kg_2} 之差，为了简单起见记 $U = U_{Kg_2}$ 。

$$a_1 = \frac{\sum_{k=1}^5 (i_k - \bar{i})(U_k - \bar{U})}{\sum_{k=1}^5 (i_k - \bar{i})^2}$$

$$r = \frac{\bar{i}\bar{U} - \bar{i}\bar{U}}{\sqrt{(\bar{i}^2 - (\bar{i})^2)(\bar{U}^2 - (\bar{U})^2)}}$$

代入表格1中的数据直接计算出：

$$a_1 = 4.918 \text{ V},$$

$$a_0 = -0.485 \text{ V},$$

$$r = 0.99983.$$

使用课本中的式(7.19)可以计算出 a_1 的不确定度：

$$\sigma_{a_1} = a_1 \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} = 0.05.$$



综上所述，本次实验测得的Hg原子第一激发能为

$$E_{Hg} = (4.92 \pm 0.05) \text{ eV}.$$

从原子物理知识可以知道，Hg原子的 6^3P_1 态与基态 6^1S_0 态的能量差为4.89 eV。从而本次实验测得的值在误差允许范围内与标准值一致。

2 氩管的弗兰克-赫兹实验

2.1 实验情况

本实验中使用的仪器为西安超凡光电设备有限公司生产的FH-II型弗兰克-赫兹实验仪。由于氩气在常温下为气态，加热并不会改变其密度，所以本实验无需加热弗兰克-赫兹管。实验时加在灯丝两端的电压 $U_{HH} = 2.9 \text{ V}$ ，加在第一栅极与阴极间的电压 $U_{g_1K} = 2.0 \text{ V}$ ，反向减速电压 $U_{g_2P} = 7.3 \text{ V}$ 。

2.2 实验数据与处理

在此实验条件下，调节加速电压 U_{Kg_2} ，粗略各峰与谷的位置，而后根据粗略的结果进行细测，一共得到118组数据，见表格4和表格5。实验时， U_{Kg_2} 是直接由弗兰克-赫兹实验仪的数字显示屏上读出，该台仪器能将微电流放大器放大后的读数直接经过换算显示在数字屏幕上，本实验将微电流放大器置于 10^{-8} A 档位进行测量，测量得到的微电流为 I_p 。

将实验数据以 U_{Kg_2} 为横轴， I_p 为纵轴作图，可得图2。图中的黑色实心点是实测数据，用平滑曲线连

表 2: Ar的弗兰克-赫兹实验曲线中各个峰的位置

i	1	2	3	4	5	6
$U_{Kg_2} \text{ (V)}$	16.4	28.6	40.3	52.6	66.1	80.1

接各个数据点，即为图中虚线。将每个峰附近的点用一个抛物线进行拟合，并且求出拟合后抛物线峰的位置，即可定出原曲线峰的位置，数据见表格2。

利用表格2中的数据，可以使用最小二乘法来计算我们需要的Ar原子第一激发态相对于基态的能量。以峰的序号 i 为横轴，以相应的 U_{Kg_2} 为纵轴做最小二乘法，其斜率 a_1 就是相邻两个峰对应的 U_{Kg_2} 之差，为了简单起见记 $U = U_{Kg_2}$ 。

$$a_1 = \frac{\sum_{k=1}^5 (i_k - \bar{i})(U_k - \bar{U})}{\sum_{k=1}^5 (i_k - \bar{i})^2}.$$

$$r = \frac{\bar{i}\bar{U} - \bar{i}\bar{U}}{\sqrt{(\bar{i}^2 - (\bar{i})^2)(\bar{U}^2 - (\bar{U})^2)}}.$$

代入表格2中的数据直接计算出：

$$a_1 = 12.666 \text{ V},$$

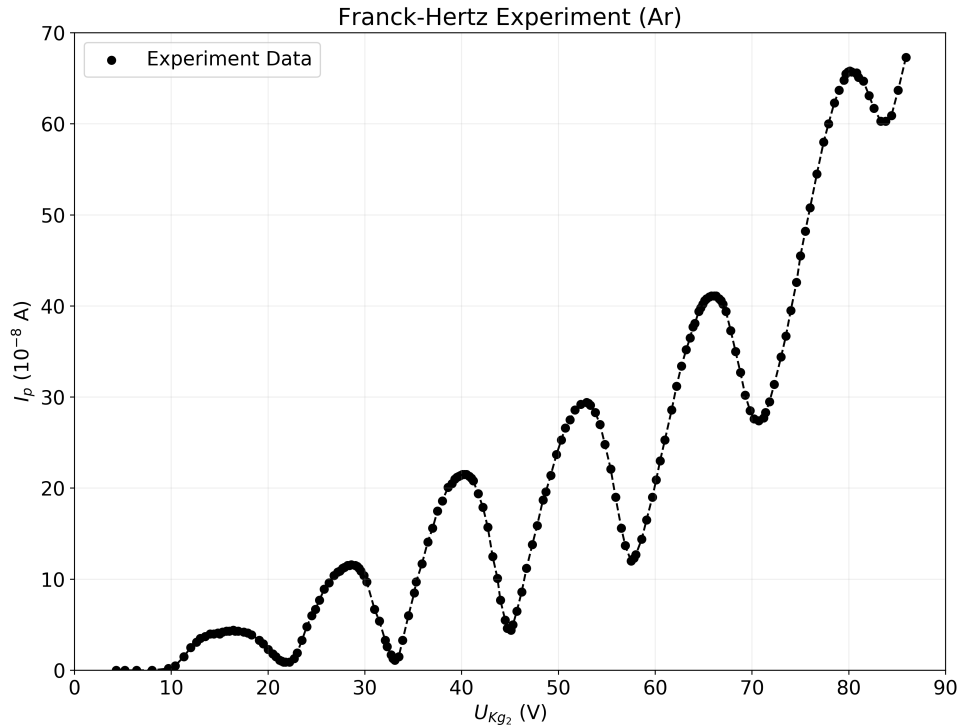


图 2: 测量 Ar 第一激发态的弗兰克-赫兹曲线

$$a_0 = 3.02 \text{ V},$$

$$r = 0.99936.$$

使用课本中的式(7.19)可以计算出 a_1 的不确定度:

$$\sigma_{a_1} = a_1 \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} = 0.22.$$

综上所述, 本次实验测得的 Hg 原子第一激发能为

$$E_{Ar} = (12.7 \pm 0.2) \text{ eV}.$$

从网络上查得 Ar 的第一激发电位为 11.8 eV。本实验结果与标准值存在一定的偏差。观察弗兰克-赫兹曲线, 发现最后一个峰的峰值有了突增, 因此可以怀疑最后一个峰的数据或许并不可靠。如果取前五个峰的数据进行计算, 可得

$$E'_{Ar} = (12.3 \pm 0.2) \text{ eV}.$$

比之前的值小了一些。

3 汞管弗兰克-赫兹实验中改变反向电压的探究

在第一个实验的基础上, 改变反向减速电压 U_{g_2P} , 会得到不同的弗兰克-赫兹曲线。我分别设置 $U_{g_2P} = 1.06 \text{ V}, 2.07 \text{ V}, 3.00 \text{ V}, 4.02 \text{ V}$, 在每个条件下测量最后两个峰的弗兰克-赫兹曲线, 得到的数据

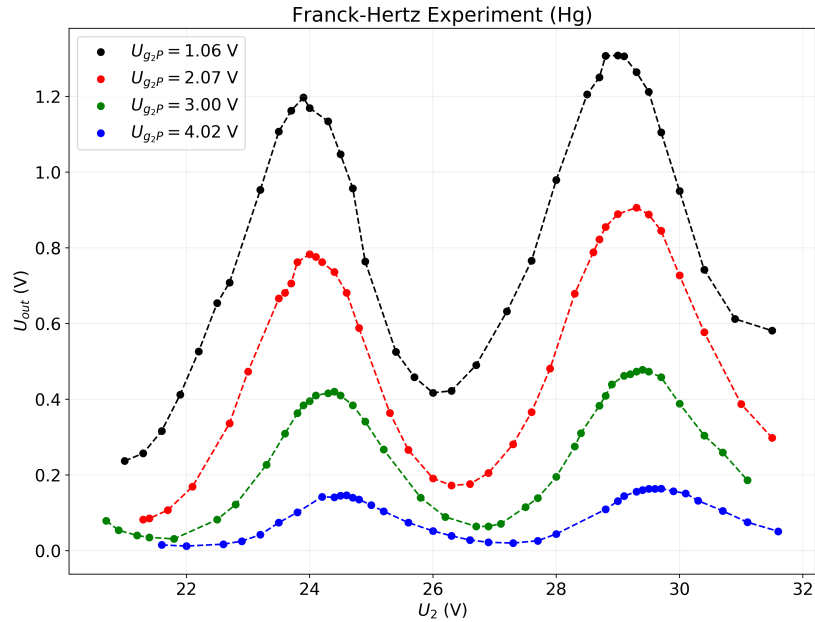


图 3: 改变反向减速电压 U_{g_2P} 测量Hg的弗兰克-赫兹曲线

见表格6，画出弗兰克-赫兹曲线见图3。可以观察到，随着反向电压 U_{g_2P} 增大，Hg的弗兰克-赫兹曲线的最后两个峰均向右移，而且峰值减小。

这里给一个对此现象的解释。首先，由于反向电压 U_{g_2P} 的存在，只有动能 E_k 大于 eU_{g_2P} 的电子才能到

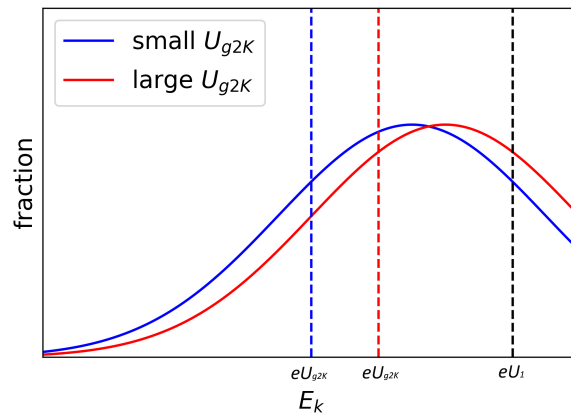


图 4: 改变反向减速电压原理示意图

达接收端P从而被探测到。一般来看，如果电子的动能 E_k 大于第一激发能 eU_1 ，那么电子有很大概率与原子发生非弹性碰撞从而无法到达接收端P极板。从而我们可以简单地认为，只有 $eU_{g_2P} < E_k < eU_1$ 的电子才能形成电流而被探测到。由于电子是阴极因为热激发而产生的，所以大量电子的速率必有一个分布。容易看到，反向电压越高，在 $eU_{g_2P} < E_k < eU_1$ 范围内的电子越少，所以到达接收端P的电子越少，峰值下降。

先忽略电子发射方向的不同等因素，只考虑速度方向沿管轴向的电子。不敢说这些电子的速率分



布满足麦克斯韦分布律，但是可以肯定，这些电子速率分布一定有类似于麦克斯韦速率分布曲线性质的特征，即有一个峰，如图4所示。图中黑色竖线代表能量 eU_1 ，红色竖线代表的能量 eU_{g_2P} 较大(也即反向电压较大的时候)，蓝色竖线代表的能量 eU_{g_2P} 较小(也即反向电压较小的时候)。现在我们固定一个反向电压(固定在蓝色竖线所示的那里)，改变加速电压 U_{g_2K} ，也就改变了电子的速率分布，一个加速电压对应一个速率分布曲线，图中的曲线即为速率分布曲线。加速电压增大，速率分布曲线就向右移动。很容易看出，黑色竖线与蓝色竖线之间所夹的曲线面积越大，那么接收到的电子就越多，收到的微电流也就越大。图中蓝色曲线正好对应面积最大的那个情况。然后我们改变反向电压到红色竖线所示的那里，很容易看到这时红色竖线与黑色竖线之间所夹蓝色曲线的面积已经不是最大了，要面积最大则需要将蓝色曲线右移到红色曲线位置，也就是要提高加速电压。因此，我们会观察到随着反向电压的增加，原弗兰克-赫兹曲线峰的位置向右移动。

4 思考题

1. 关于本底电流修正的讨论。

答：在没有Hg蒸汽和Ar气的情况下，测量得到的微电流与加速电压应该成正相关。这个关系为弗兰克-赫兹实验带来了一个本底电流。除此之外，二次发射的电子和少量速度极大的电子也贡献了本底电流。这些本底电流会对峰值位置判断造成一些影响。这里尝试消除本底电流。首先，我在原弗兰克-赫兹曲线图中找到各个谷的位置，然后对这些极小值点进行拟合。我使用了幂函数进行拟合，拟合得到的结果为：

$$\text{Hg: } U_{out} = 9.32 \times 10^{-6} (U_{Kg_2})^{3.00}.$$

$$\text{Ar: } I_p = 9.82 \times 10^{-7} (U_{Kg_2})^{4.03}.$$

从原始测量数据中直接减掉拟合出的本底，得到如图5和图6中的曲线，其中红色曲线代表改正本底后的结果，黑色曲线是本底。修正本底之后，整个曲线的增减趋势变得更明显。

2. 实验中测得的各种曲线主要有什么特征？如何理解？

答：实验中测量得到的Hg与Ar的弗兰克-赫兹曲线都具有明显的周期性增减。经过测量可以发现几个峰与峰的间距相等。对此现象进行物理解释之后，可以发现，原子吸收电子的能量是量子化的，并不是任何能量的电子都能与原子发生非弹性碰撞。这个实验给出了Hg原子与Ar原子的第一激发电位。

3. 分析测量第一激发电位的误差来源。

答：本实验的误差主要来源于以下几点：

- 实验测量时，仪器的读数不稳定，要么在增加要么在衰减，读数时的技巧较难把握，我认为这个误差是本实验最主要的误差。
- 仪器预热不充分、测量过程中Hg蒸汽密度发生变化也会影响实验结果。
- 在获得弗兰克-赫兹曲线之后，对峰值的判断有一定的主观性，但是使用曲线拟合后得到峰值位置的方法会消除一定的主观性。

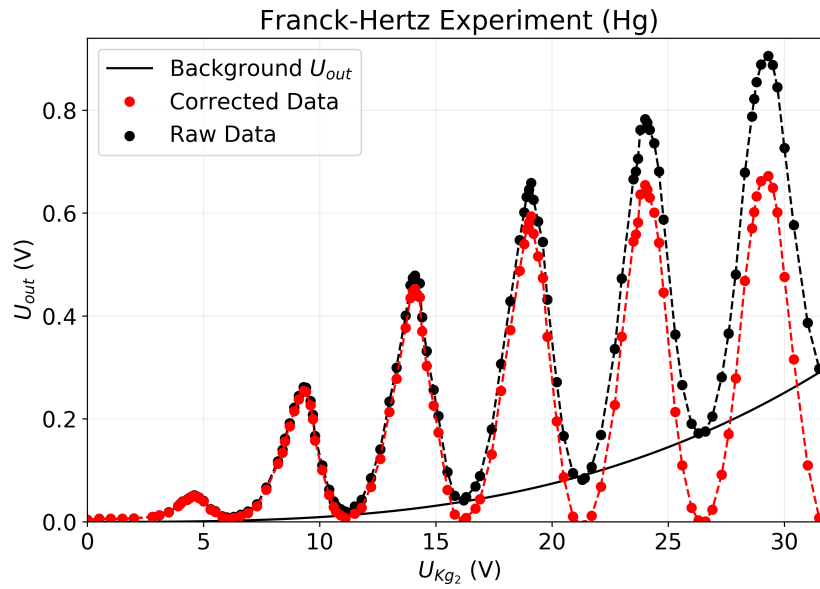


图 5: 改正本底后 Hg 的弗兰克-赫兹曲线

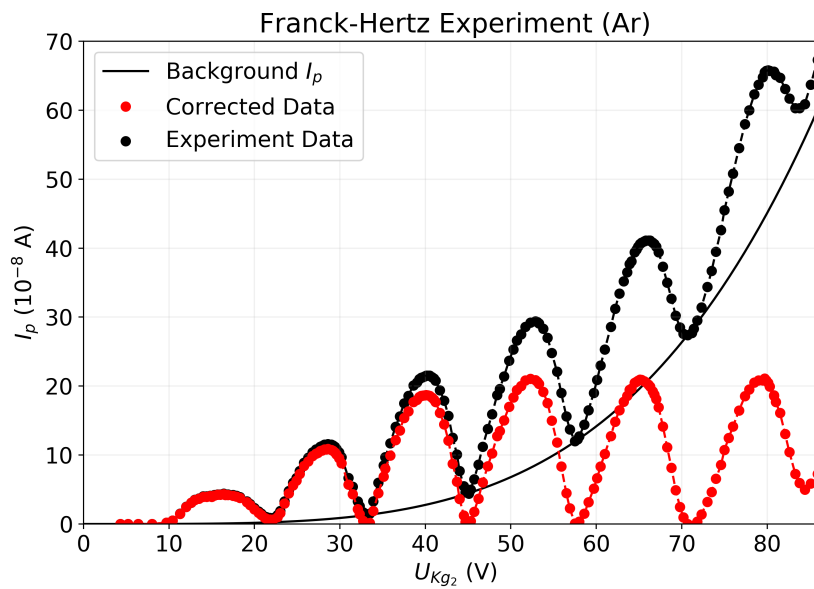


图 6: 改正本底后 Ar 的弗兰克-赫兹曲线



4. 为何第一个峰值出现时对应的电压值不是第一激发电位？

答：这是因为空间电荷对加速电压有一个屏蔽作用，以及Hg蒸汽/Ar蒸汽与热阴极金属之间存在接触电势差，导致了第一个峰位置的偏移。

5 分析讨论与感想

通过本次实验，我亲身体会到了弗兰克与赫兹设计本实验的精妙思路，体验到了测得原子分立能级、验证能级量子化的激动心情。在费尽九牛二虎之力将实验数据输入计算机画出曲线时，激动的心情溢于言表。遗憾的是，实验室的汞管温度无法调节，没能测量Hg原子的其他能级。改变反向电压带来的神奇效应也激起了我的思考。阴极发出的电子速率分布或许可以从理论上算出，之后我会对我那个解释进行一些定量的验证。感谢廖慧敏老师在实验过程中的指导和建议。

参考文献

- [1] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2013.

6 附录：实验数据



表 3: Hg管的弗兰克-赫兹实验数据, $\theta = 176^\circ\text{C}$, $U_{g_1K} = 1.55 \text{ V}$, $U_{g_2P} = 2.07 \text{ V}$

U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)	U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)	U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)	U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)
0.0	0.004	8.7	0.192	15.5	0.097	23.8	0.762
0.5	0.006	8.9	0.222	15.8	0.051	24.0	0.783
1.0	0.006	9.1	0.245	16.2	0.042	24.1	0.776
1.5	0.006	9.3	0.262	16.3	0.048	24.2	0.762
2.0	0.007	9.4	0.261	16.7	0.069	24.4	0.736
2.8	0.010	9.6	0.235	16.9	0.089	24.6	0.681
3.1	0.013	9.7	0.208	17.4	0.180	24.8	0.588
3.5	0.019	9.8	0.167	17.8	0.307	25.3	0.364
3.9	0.031	10.1	0.110	18.2	0.429	25.6	0.266
4.0	0.036	10.4	0.063	18.6	0.548	26.0	0.191
4.1	0.040	10.6	0.040	18.8	0.602	26.3	0.172
4.3	0.044	10.7	0.031	18.9	0.632	26.6	0.176
4.4	0.047	10.9	0.025	19.0	0.646	26.9	0.205
4.5	0.050	11.1	0.020	19.1	0.659	27.3	0.281
4.6	0.052	11.5	0.030	19.2	0.626	27.6	0.366
4.7	0.050	11.8	0.043	19.4	0.584	27.9	0.481
4.8	0.047	12.2	0.085	19.6	0.544	28.3	0.679
5.0	0.041	12.6	0.141	19.8	0.432	28.6	0.788
5.3	0.025	13.0	0.234	20.2	0.272	28.7	0.822
5.5	0.021	13.3	0.300	20.5	0.167	28.8	0.855
5.8	0.011	13.7	0.401	20.9	0.095	29.0	0.889
6.0	0.009	13.9	0.460	21.3	0.082	29.3	0.906
6.3	0.010	14.0	0.474	21.4	0.085	29.5	0.888
6.6	0.014	14.1	0.479	21.7	0.107	29.7	0.845
6.9	0.020	14.2	0.466	22.1	0.169	30.0	0.727
7.3	0.034	14.3	0.464	22.7	0.336	30.4	0.577
7.7	0.067	14.4	0.398	23.0	0.473	31.0	0.387
8.2	0.118	14.6	0.332	23.5	0.666	31.5	0.298
8.4	0.140	14.9	0.257	23.6	0.681		
8.5	0.162	15.1	0.206	23.7	0.706		



表 4: Ar管的弗兰克-赫兹实验数据, $U_{g_1K} = 2.0 \text{ V}$, $U_{g_2P} = 7.3 \text{ V}$.

U_{Kg_2} (V)	I_p (10 nA)	U_{Kg_2} (V)	I_p (10 nA)	U_{Kg_2} (V)	I_p (10 nA)
4.3	0.0	24.0	4.8	38.6	20.1
5.2	0.0	24.5	6.0	39.0	20.5
6.4	0.0	24.9	6.7	39.3	21.0
8.0	0.0	25.3	7.7	39.5	21.2
9.7	0.2	25.8	8.9	39.7	21.3
10.4	0.5	26.3	9.6	39.9	21.4
11.3	1.5	26.8	10.4	40.1	21.5
12.0	2.5	27.2	10.8	40.3	21.5
12.6	3.1	27.4	10.9	40.5	21.5
13.0	3.5	27.7	11.2	40.8	21.3
13.5	3.7	27.9	11.3	41.0	21.1
14.0	4.0	28.2	11.5	41.2	20.8
14.4	4.0	28.4	11.5	41.7	19.4
14.8	4.1	28.6	11.6	42.2	17.9
15.0	4.0	29.0	11.5	42.7	15.7
15.3	4.2	29.2	11.4	43.2	12.5
15.7	4.3	29.4	11.2	43.7	10.1
16.0	4.3	29.6	10.9	44.0	7.7
16.4	4.4	29.9	10.4	44.5	5.5
16.6	4.3	30.2	9.7	44.7	4.6
16.9	4.3	31.0	6.7	45.1	4.4
17.5	4.2	31.5	5.4	45.3	5.0
17.9	4.1	32.1	3.3	45.7	6.5
18.3	3.9	32.3	2.6	46.2	8.6
19.1	3.3	32.7	1.7	46.7	11.2
19.5	2.9	32.9	1.3	47.3	13.8
20.0	2.3	33.1	1.1	47.8	15.9
20.5	1.8	33.5	1.5	48.4	18.7
20.8	1.5	33.9	3.3	48.7	19.6
21.2	1.1	34.5	6.0	49.2	21.4
21.4	1.0	35.1	8.5	49.8	23.7
21.6	0.9	35.3	9.7	50.3	25.3
21.8	0.9	35.9	11.7	50.7	26.6
22.2	0.9	36.5	14.1	51.2	27.5
22.7	1.3	37.0	15.6	51.7	28.6
23.0	1.9	37.5	17.5	52.3	29.2



表 5: Ar管的弗兰克-赫兹实验数据(续), $U_{g_1K} = 2.0 \text{ V}$, $U_{g_2P} = 7.3 \text{ V}$.

$U_{Kg_2} \text{ (V)}$	$I_p \text{ (10 nA)}$	$U_{Kg_2} \text{ (V)}$	$I_p \text{ (10 nA)}$	$U_{Kg_2} \text{ (V)}$	$I_p \text{ (10 nA)}$
53.1	29.3	64.7	39.8	74.6	42.6
53.3	29.1	64.9	40.2	75.0	45.5
53.8	28.3	65.1	40.6	75.5	48.2
54.3	27.0	65.3	40.8	76.0	50.8
54.8	24.8	65.6	41.0	76.7	54.5
55.4	22.1	65.8	41.1	77.4	58.0
55.9	19.0	66.1	41.1	77.9	60.0
56.5	15.6	66.3	41.1	78.5	62.3
56.9	13.7	66.6	40.8	79.0	63.7
57.5	12.0	66.8	40.6	79.5	64.8
57.8	12.3	67.0	40.2	79.7	65.5
58.0	12.7	67.3	39.4	79.9	65.7
58.6	14.4	67.8	37.3	80.1	65.8
59.1	16.5	68.3	35.0	80.3	65.7
59.7	19.0	68.8	32.7	80.8	65.5
60.1	20.9	69.3	30.2	80.8	65.6
60.5	23.0	69.8	28.5	81.0	65.1
61.0	25.3	70.2	27.6	81.5	64.7
61.7	28.6	70.7	27.4	82.1	63.1
62.2	31.2	71.2	27.7	82.6	61.7
62.7	33.4	71.4	28.3	83.3	60.3
63.2	35.2	71.8	29.5	83.8	60.3
63.6	36.5	72.3	31.4	84.4	60.9
63.9	37.7	73.0	34.4	85.1	63.7
64.1	38.1	73.5	36.7	85.9	67.3
64.5	39.4	74.0	39.5		



表 6: 改变反向减速电压 U_{g_2P} 测量 Hg 的弗兰克-赫兹曲线, $\theta = 176^\circ\text{C}$, $U_{g_1K} = 1.55\text{ V}$

U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)	U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)	U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)	U_{Kg_2} (V)	U_{out} (V)
21.0	0.237	20.9	0.095	21.8	0.031	21.6	0.015
21.3	0.257	21.3	0.082	22.5	0.082	22.0	0.012
21.6	0.316	21.4	0.085	22.8	0.122	22.6	0.017
21.9	0.412	21.7	0.107	23.3	0.227	22.9	0.025
22.2	0.526	22.1	0.169	23.6	0.309	23.2	0.042
22.5	0.654	22.7	0.336	23.8	0.363	23.5	0.074
22.7	0.708	23.0	0.473	23.9	0.384	23.8	0.101
23.2	0.953	23.5	0.666	24.0	0.395	24.2	0.142
23.5	1.107	23.6	0.681	24.1	0.410	24.4	0.141
23.7	1.162	23.7	0.706	24.3	0.416	24.5	0.145
23.9	1.197	23.8	0.762	24.4	0.420	24.6	0.146
24.0	1.169	24.0	0.783	24.5	0.410	24.7	0.140
24.3	1.134	24.1	0.776	24.7	0.384	24.8	0.135
24.5	1.047	24.2	0.762	24.9	0.341	25.0	0.120
24.7	0.957	24.4	0.736	25.2	0.267	25.2	0.104
24.9	0.764	24.6	0.681	25.8	0.140	25.6	0.074
25.4	0.525	24.8	0.588	26.2	0.089	26.0	0.052
25.7	0.458	25.3	0.364	26.7	0.064	26.3	0.039
26.0	0.417	25.6	0.266	26.9	0.064	26.6	0.028
26.3	0.422	26.0	0.191	27.1	0.071	26.9	0.022
26.7	0.490	26.3	0.172	27.5	0.115	27.3	0.020
27.2	0.632	26.6	0.176	27.7	0.139	27.7	0.026
27.6	0.766	26.9	0.205	28.0	0.195	28.0	0.044
28.0	0.979	27.3	0.281	28.3	0.275	28.8	0.109
28.5	1.205	27.6	0.366	28.4	0.310	29.0	0.131
28.7	1.250	27.9	0.481	28.7	0.383	29.1	0.144
28.8	1.307	28.3	0.679	28.8	0.409	29.3	0.156
29.0	1.308	28.6	0.788	28.9	0.439	29.4	0.160
29.1	1.306	28.7	0.822	29.1	0.462	29.5	0.163
29.3	1.264	28.8	0.855	29.2	0.466	29.6	0.163
29.5	1.212	29.0	0.889	29.3	0.473	29.7	0.164
29.7	1.105	29.3	0.906	29.4	0.478	29.9	0.157
30.0	0.950	29.5	0.888	29.5	0.473	30.1	0.151
30.4	0.742	29.7	0.845	29.7	0.458	30.3	0.132
30.9	0.612	30.0	0.727	30.0	0.388	30.7	0.105
31.5	0.581	30.4	0.577	30.4	0.304	31.1	0.075
		31.0	0.387	30.7	0.259	31.6	0.051